

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и  
обслуживающих технологий  
Кафедра фундаментальной математики

**УТВЕРЖДАЮ**

Врио директора Института физико-  
математического образования,  
информационных и обслуживающих  
технологий

Е.А. Журавлева  
« 17 » 2025 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Проективная геометрия**

По направлению подготовки 01.03.01 Математика  
Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании  
Квалификация выпускника бакалавр  
Форма обучения очная  
Курс 4

Луганск, 2025

Рабочая программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы для подготовки бакалавров по направлению подготовки 01.03.01 Математика и профилю Математические и цифровые технологии в образовании очной формы обучения.

Рабочая программа учебной дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 8 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональными стандартами, утвержденными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (с изменениями и дополнениями); от 22 сентября 2021 г. № 652н; от 20 июля 2022 г. № 425н.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

доцент кафедры фундаментальной математики ФБГОУ ВО «ЛГПУ», кандидат технических наук, Скринникова Анна Владимировна

Утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики

Протокол от «13» января 2025 г. № 7

Заведующий кафедрой

фундаментальной математики



С.В. Темникова

Одобрена на заседании учебно-методической комиссии Института физико-математического образования, информационных и обслуживающих технологий

Протокол от «15» января 2025 г., № 6

Председатель учебно-методической комиссии

Института физико-математического образования,  
информационных и обслуживающих технологий



О.В. Давыскиба

**СОГЛАСОВАНО:**

Директор Департамента образования



В.В. Савенков

## Структура и содержание дисциплины

### 1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины «Проективная геометрия» является: изучение основ проективной геометрии; развитие у студентов геометрического мышления и навыков применения методов проективной геометрии; систематизация геометрических знаний с помощью проективного метода.

Задачами освоения учебной дисциплины «Проективная геометрия» являются:

- расширение систематизированных знаний в области математики для обеспечения возможности использовать знание современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач;
- обеспечение условий для активизации познавательной деятельности студентов и формирование у них опыта использования методов проективной геометрии в ходе решения практических задач;
- стимулирование исследовательской деятельности студентов в процессе освоения дисциплины.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Проективная геометрия» входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений, учебного плана дисциплин подготовки студентов. Индекс дисциплины Б1.В.ДВ.07.02.

Необходимыми условиями для освоения учебной дисциплины являются: **знания** основных понятий геометрии, **умения** делать логические выводы, **навыки** интегрирования, дифференцирования.

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются: «Аналитическая геометрия», «Дифференциальная геометрия и топология». Содержание дисциплины является основой для изучения дисциплины «Математическое моделирование».

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения	Результаты обучения по дисциплине
Профессиональная		
ПК-2 – Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации программ основного и среднего общего	ПК-2.2. Умеет математически корректно формулировать и решать основные практические и теоретические задачи в области	<b>знает:</b> основные геометрические понятия и отношения: аксиоматику соответствующих разделов геометрии, основные определения и теоремы, формулировки утверждений, методы доказательства основных из них, возможные сферы их приложений;

образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика».	математики.	<b>умеет:</b> проводить стандартные исследования геометрических свойств и характеристик, делать геометрические построения, используя методы изображений, базирующихся на теории проективной геометрии, <b>владеет:</b> координатным методом и использует его для решения стандартных задач аналитической, проективной геометрии, методами геометрических построений.
--	-------------	---

## 4. Структура и содержание дисциплины

### 4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (зач. ед.)
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>108 (3 зач.ед)</b>
<b>Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) в том числе:</b>	<b>36</b>
Лекции	12
Семинарские занятия	-
Практические занятия	24
Лабораторные работы	-
Курсовая работа / курсовой проект	-
Другие формы организации учебного процесса (контрольные работы, индивидуальные занятия, консультации и др.)	-
<b>Самостоятельная работа студента (всего)</b>	<b>68</b>
Форма аттестации	4 зачет

### 4.2. Содержание разделов учебной дисциплины

#### Тема 1. Понятие проективного пространства.

Понятие проективного пространства. Модели проективного пространства. Согласование базиса Перспективное отображение прямой в пучок прямых. Расширенная прямая. Проективные координаты на прямой, однородные координаты на проективной прямой.

#### Тема 2. Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость.

Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость. Проективный репер на плоскости. Теорема о проективном репере. Однородные координаты на проективной плоскости. Понятие о

несобственных точках и прямых. Построение точек и прямых в заданном репере. Однородные аффинные координаты на проективной плоскости.

### **Тема 3. Прямая на проективной плоскости.**

Условие принадлежности трех точек прямой. Прямая на проективной плоскости. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой. Особенности уравнения прямой по отношению к расположению относительно проективного репера. Задачи на построение прямой и нахождению точек пересечения. Координатные прямые и их уравнения.

### **Тема 4. Преобразования проективных координат. Теорема Дезарга.**

Преобразования проективных координат. Простейшие свойства проективной плоскости и проективного пространства. Теорема Дезарга. Принцип двойственности. Построения, связанные с использованием теоремы Дезарга.

### **Тема 5. Двойное отношение четырех точек.**

Двойное отношение четырех точек, его свойства (теоремы). Сложное отношение четырех прямых пучка. Гармонические четверки. Полный четырехвершинник.

### **Тема 6. Проективные отображения и проективные преобразования.**

Проективные отображения и проективные преобразования. Перспективные отображения. Теоремы о проективных отображениях. Проективные преобразования прямой и инвариантные точки. Проективные преобразования плоскости, их классификация. Теоретико-групповой принцип построения геометрии.

### **Тема 7. Квадрики.**

Кривые второго порядка в однородных координатах и их несобственные точки. Квадрики на проективной плоскости и их классификация. Овальная квадрика. Задание квадрики пятью точками общего положения. Гармонически сопряженные точки относительно данной овальной квадрики. Поляра точки и полюс прямой относительно овальной квадрики. Основное свойство полюсов и поляр. Шестивершинник, его вершины и стороны, пары противоположных сторон, диагональные точки и диагонали. Теорема Паскаля и ее предельные случаи. Полярная корреляция. Теорема Брианшона и ее предельные случаи.

## **4.3. Лекции**

<b>№ п/п</b>	<b>Название темы</b>	<b>Объем часов</b>
1	Понятие проективного пространства.	2
2	Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость.	2
3	Прямая на проективной плоскости.	2
4	Преобразования проективных координат. Теорема Дезарга.	2
5	Двойное отношение четырех точек.	2

6	Проективные отображения и проективные преобразования.	2
<b>Итого:</b>		<b>12</b>

#### 4.4. Практические занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов
1	Понятие проективного пространства.	2
2	Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость.	4
3	Прямая на проективной плоскости.	2
4	Преобразования проективных координат. Теорема Дезарга.	4
5	Двойное отношение четырех точек.	4
6	Проективные отображения и проективные преобразования.	4
7	Квадрики.	4
<b>Итого:</b>		<b>24</b>

#### 4.5. Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом

#### 4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов
1	Понятие проективного пространства.	Выполнение домашнего задания: решение задач	8
2	Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость.	Выполнение домашнего задания: решение задач. Самостоятельное изучение	10
3	Прямая на проективной плоскости.	Выполнение домашнего задания: решение задач	8
4	Преобразования проективных координат. Теорема Дезарга.	Выполнение домашнего задания: решение задач	8
5	Двойное отношение четырех точек.	Выполнение домашнего задания: решение задач.	8
6	Проективные отображения и проективные преобразования.	Выполнение домашнего задания: решение задач. Самостоятельное изучение	12
7	Квадрики.	Самостоятельное изучение. Выполнение домашнего задания: решение задач	14
<b>Итого:</b>			<b>68</b>
	Зачет	Подготовка к зачету	4

#### **4.7. Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.**

### **5. Методическое обеспечение, образовательные технологии**

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- информационные технологии: использование Интернет при самостоятельной подготовке студентов;
- работа в команде: совместная работа студентов в группе при выполнении практических работ, выполнении групповых домашних заданий,
- традиционные образовательные технологии.

### **6. Формы контроля освоения учебной дисциплины**

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором и преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине в следующих формах:

- проверки выполнения домашних заданий;
- устного опроса;
- проверки выполнения практических работ.

Итоговый контроль по результатам освоения дисциплины проходит в форме зачета во 7-м семестре.

Система оценивания учебных достижений студентов, оценочные средства представлены в фонде оценочных средств к рабочей программе учебной дисциплины.

### **7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии. – М.: Просвещение, 1975. – 176 С.
2. Атанасян С.Л. Геометрия 2 : учебное пособие для вузов / Атанасян С.Л., Покровский В.Г., Ушаков А.В. ; под ред. С. Л. Атанасяна. – 2-е изд. – Москва : Лаб. знаний, 2020. - 547 с. – URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016786.html> (дата обращения: 11.03.2024).
3. Кузовлев В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии / Кузовлев В.П. , Подаева Н.Г. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 208 с. – URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113601.html> (дата обращения: 11.03.2024).
4. Львова, Л.В. Проективная геометрия : уч. пос. / Л.В. Львова. – 2-е изд. – Барнаул : Алтайский государственный педагогический университет, 2017. – 181 с. – ISBN 978-5-88210-858-7. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/102761.html> (дата обращения: 05.06.2024).

б) дополнительная литература:

1. Денисова Н.С. Дополнительные главы проективной геометрии : уч. пос. – М. : Прометей, 2016. – 82 с. – URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785990798632.html> (дата обращения: 11.03.2024).

2. Ефимов Н. В. Высшая геометрия. / Ефимов Н. В. – 7-е изд. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 584 с. – URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102672.html> (дата обращения: 11.03.2024).

3. Певзнер С.Л., Цаленко М.М. Задачник-практикум по проективной геометрии. – М.: Просвещение, 1982. – 80 с.

в) Интернет-ресурсы:

1. Студенческая электронная библиотека – <https://www.studentlibrary.ru>

2. Образовательный математический сайт Exponenta – [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru)

3. Новая электронная библиотека – [www.newlibrary.ru](http://www.newlibrary.ru)

4. Электронно-библиотечная система Лань – [e.lanbook.com/](http://e.lanbook.com/)

5. Научная электронная библиотека – [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)

6. Электронная библиотека учебных материалов – <https://www.iprbookshop.ru/>

7. Общероссийский математический портал – [mathnet.ru](http://mathnet.ru)

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Лекционные и практические занятия проводятся в учебных аудиториях университета, отвечающих требованиям техники безопасности.

Для осуществления самостоятельной работы студентов необходимы рабочие места, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.



## 9. Лист дополнений изменений

[illegible]